

## Φύλλο Εργασίας

### Συμπλήρωση τετραγώνου για την $y = ax^2 + bx + \gamma$

Όνομα \_\_\_\_\_ Επώνυμο \_\_\_\_\_

Διεύθυνση δυναμικού φύλλου εργασίας: <http://evripides.mysch.gr/math/senario2>

#### Δραστηριότητα 1

Σέρνοντας την κόκκινη κορυφή περιστρέψτε το ορθογώνιο (2 φορές) ώστε να δημιουργηθεί τετράγωνο πλευράς. Ποιο είναι το εμβαδόν του αρχικού ορθογωνίου ως αλγεβρική έκφραση των  $x$ ,  $b$ ; Ποιο είναι το νέο εμβαδόν του τετραγώνου; Να συγκρίνετε τις παραπάνω εκφράσεις. Τι συμπεράσματα βγάξετε;

#### Δραστηριότητα 2

Μια γνωστή τεχνική για την επίλυση δευτεροβάθμιων εξισώσεων είναι η συμπλήρωση τετραγώνου. Με αυτή την μέθοδο προσπαθούμε να μετασχηματίσουμε την εξίσωση  $y = ax^2 + bx + \gamma$  στην μορφή  $y = a(x-h)^2 + k$ . Για παράδειγμα έχουμε

$$y = x^2 - 2x + 4 = x^2 - 2 \cdot 1 \cdot x + 4 = x^2 - 2 \cdot 1 \cdot x + 1 + 3 = (x-1)^2 + 3$$

Στο δυναμικό φύλλο εργασίας ακολουθήστε τα εξής βήματα:

1. Σχηματίστε τη συνάρτηση  $y = x^2 - 2x + 4$  θέτοντας κατάλληλες τιμές στα  $h$ ,  $k$
2. Ποιες είναι οι τιμές των  $a, \beta, \gamma$  και ποιες οι τιμές των  $h$ ,  $k$  στις οποίες καταλήξατε;

$\alpha =$    $\beta =$    $\gamma =$    $h =$    $k =$

3. Ποια είναι η θέση της συνάρτησης σε σχέση με την  $y = x^2$ ;

4. Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης και για ποια τιμή του  $x$  επιτυγχάνεται;

5. Πως μετατοπίζεται η κορυφή της παραβολής σε σχέση με τις τιμές των  $h$ ,  $k$ ;

**Δραστηριότητα 3**

Μεταβείτε στον σύνδεσμο <http://evripides.mysch.gr/math/senario2/animation.html> για να παρακολουθήσετε την οπτικοποίηση της συμπλήρωσης τετραγώνου. Συζητήστε με τους συμμαθητές σας τις σας έκανε εντύπωση. Να καταγράψετε στο τετράδιό σας κάθε βήμα της απόδειξης διατυπώνοντας τον αλγεβρικό μετασχηματισμό και την γεωμετρική ερμηνεία του. Στην συνέχεια επιστρέψτε στην αρχική ιστοσελίδα του δυναμικού φύλλου εργασίας.

**Δραστηριότητα 4**

Όπως είδατε η συνάρτηση  $y = ax^2 + bx + \gamma$ , με την τεχνική της συμπλήρωσης τετραγώνου

μπορεί να έρθει στην μορφή  $y = a\left(x + \frac{\beta}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$ , όπου  $\Delta$  είναι η διακρίνουσα  $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$

Στο δυναμικό φύλλο εργασίας της δραστηριότητας ακολουθήστε τα εξής βήματα:

1. Μετακινήστε τους δρομείς στις κατάλληλες θέσεις έτσι ώστε  $a = 1$ ,  $\beta = -4$ ,  $\gamma = 5$
2. Να βρείτε την κορυφή της παραβολής, την ελάχιστη τιμή της και τον άξονα συμμετρίας της. Περιγράψτε πως πρέπει να μετακινηθεί η παραβολή ώστε η κορυφή της να γίνει πάλι η αρχή των αξόνων και να συμπέσει πάνω στην  $y = x^2$ .

3. Ποιες τιμές πρέπει να πάρουν οι παράμετροι  $a$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  έτσι ώστε η παραβολή να έχει κορυφή το σημείο  $K(1, 1)$ ;

$$a = \boxed{\phantom{00}} \quad \beta = \boxed{\phantom{00}} \quad \gamma = \boxed{\phantom{00}}$$

4. Με ποιες κινήσεις θα μετατοπίσουμε τη γραφική παράσταση της  $y = ax^2$ , ώστε να βρεθεί στη θέση της γραφικής παράστασης της  $y = ax^2 + bx + \gamma$ ;