Ενότητα: Δυαδική Αναζήτηση
Σχέδιο Δραστηριότητας: Παιχνίδι: Βρες τον αριθμό

Εισαγωγή

Σκεφτείτε έναν αριθμό από το 1 έως το 1000 και απαντήστε στην ερώτηση:
Ο αριθμός που σκεφτήκατε είναι μεγαλύτερος ή μικρότερος από το 500;
Τι μπορείτε να εξάγετε από την απάντηση; Μεταξύ ποιων αριθμών πρέπει να ψάξετε τώρα για να βρείτε τον αριθμό;
Ποια θα είναι η επόμενη ερώτηση ώστε να περιορίσουμε ακόμα περισσότερο το χώρο αναζήτησης;
Η μέθοδος που σκιαγραφείται παραπάνω είναι γνωστή ως **Δυαδική αναζήτηση** και εκμεταλλεύεται τη διάταξη των στοιχείων του συνόλου, διαμερίζοντας κάθε φορά το σύνολο σε δυο ίσα μέρη, και εφαρμόζοντας πάλι την ίδια μέθοδο στο υποσύνολο στο οποίο ανήκει ο ζητούμενος αριθμός.

Δραστηριότητα : Μάντεψε τον αριθμό

Βήμα 1: Παραγωγή τυχαίων αριθμών
Πολλές φορές θέλουμε να παράγουμε αριθμούς με τυχαίο τρόπο. Η *βιβλιοθήκη random* περιέχει μια ποικιλία συναρτήσεων για αυτόν τον σκοπό. Θα χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση randint.

```
from  random  import randint
print ( randint(1, 10) )          # επιστρέφει έναν τυχαίο αριθμό στο [1, 10]
for  number in range ( 20 ) :
    print ( randint(1, 10), end =  " " )        # επιστρέφει 20 τυχαίους αριθμούς στο [1, 10]
```

Άσκηση

Να γράψετε ένα πρόγραμμα σε Python το οποίο να παράγει τυχαία 6 ακέραιους αριθμούς στο διάστημα [1,45].

Βήμα 2: Ψάχνοντας στα τυφλά
Να συμπληρώσετε το παρακάτω πρόγραμμα έτσι ώστε να επιλέγει έναν αριθμό στην τύχη στο διάστημα [1,20] και στη συνέχεια επιτρέπει στον χρήστη να δοκιμάσει όσες προσπάθειες θέλει μέχρι να μαντέψει τον αριθμό. Ο χρήστης μαντεύει στην τύχη χωρίς κάποια συγκεκριμένη στρατηγική, με το πρόγραμμα να χρησιμοποιεί έναν μετρητή, τον guesses, για να μετράει τις προσπάθειες του χρήστη.

Στη συνέχεια να προσπαθήσετε να βρείτε τον αριθμό που "σκέφτηκε" ο υπολογιστής, με διαδοχικές μαντεψιές. Πόσες προσπάθειες χρειάζεστε στην χειρότερη περίπτωση;

```
from  random  import randint
secret_number = _____________________
guesses = _____________________
found = _____________________
while  not  found   :
   guess = int( input( "Μάντεψε τον αριθμό : ")  )
   guesses = _____________________________
   if   _____________________________ :
      print ("Μπράβο το βρήκες με ", guesses, " προσπάθειες" )
      found  = _____________________
   else :
      print ("Δυστυχώς δεν το βρήκες, Ξαναπροσπάθησε" )
```

Στη συνέχεια να τροποποιήσετε το πρόγραμμα έτσι ώστε να επιτρέπει στον χρήστη μόνο 10 προσπάθειες.

Βήμα 3: Καταστρώνοντας τη στρατηγική

Θα τροποποιήσουμε το πρόγραμμα έτσι ώστε να δίνει μια βοήθεια στον παίκτη. Θα ελέγχει αν ο αριθμός που μάντεψε είναι μικρότερος ή μεγαλύτερος από τον μυστικό αριθμό και θα εμφανίζει κατάλληλο μήνυμα. Για να γίνει αυτό θα χρειαστεί να προσθέσουμε δυο ακόμα περιπτώσεις στη δομή επιλογής, όπως φαίνεται παρακάτω:

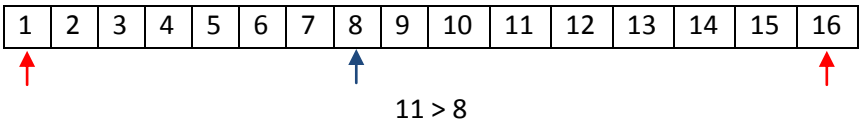
```
if   guess == secret_number  :
    print ("Μπράβο το βρήκες με ", guesses, " προσπάθειες")
    found = True
else :
     if  guess < secret_number:
       print ("Είσαι χαμηλότερα")
     else :
       print (" Είσαι υψηλότερα")
```

Έτσι αν ο αριθμός που ψάχνει ο παίκτης είναι μικρότερος από αυτόν που έδωσε, τότε ξέρει ότι πρέπει να ψάξει από εκεί και κάτω, με αποτέλεσμα το μέγεθος του προβλήματος να μειωθεί στο μισό.

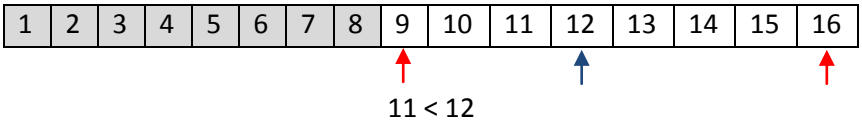
Να τροποποιήσετε το πρόγραμμα που έχετε αναπτύξει έτσι ώστε να επιτρέπει στον παίκτη μέχρι 10 προσπάθειες. Αν τις ξεπεράσει να εμφανίζει μήνυμα ότι έχασε. Οι αριθμοί όμως τώρα θα είναι στο διάστημα [1,1000]. Τι πιστεύετε; Αρκούν 10 προσπάθειες για 1000 αριθμούς. Αν ναι τότε για 1.000.000 αριθμούς πόσες προσπάθειες πιστεύετε ότι χρειάζονται;

Βήμα 4: Σκέφτεται ο υπολογιστής;

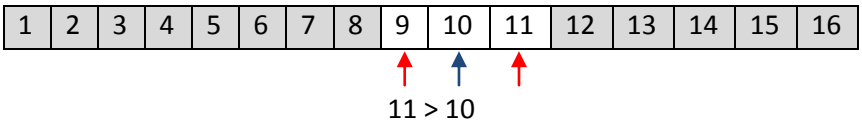
Θα είχε ενδιαφέρον η εναλλαγή ρόλων μεταξύ υπολογιστή και παίκτη, όπου ο υπολογιστής θα ρωτάει σε κάθε βήμα και ο χρήστης θα απαντάει ανάλογα. Κάθε φορά που θα λαμβάνουμε μια απάντηση από τον χρήστη πρέπει να περιορίζουμε το σύνολο των δεδομένων στο οποίο γίνεται η αναζήτηση. Για αυτό θα χρειαστούμε δυο μεταβλητές οι οποίες θα καθορίζουν το διάστημα στο οποίο βρίσκεται ο ζητούμενος αριθμός και μια τρίτη για το μέσο του διαστήματος. Ακολουθεί ένα παράδειγμα του παιχνιδιού όπου ο μυστικός αριθμός είναι το 11 και το διάστημα είναι το [1,16]. Αρχικά το πρόγραμμά μας ρωτάει τον χρήστη αν ο αριθμός είναι μικρότερος, μεγαλύτερος ή ίσος με το μέσον του διαστήματος που είναι το 8.



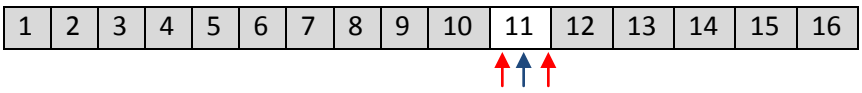
Ο χρήστης απαντά ότι ο αριθμός είναι μεγαλύτερος από το 8 άρα το διάστημα στο οποίο θα πρέπει να ψάξουμε τώρα είναι από το μέσον και πέρα, δηλαδή από το 9 και πάνω.



Συνεχίζουμε την ίδια διαδικασία υπολογίζοντας πάντα το μέσο του διαστήματος που έχει απομείνει και αναπροσαρμόζοντας κατάλληλα τα άκρα του. Τώρα ο αριθμός που ψάχνουμε είναι μικρότερος από το 12, άρα βρίσκεται αριστερά του και χρειάζεται να μεταφέρουμε αριστερά το δεξί άκρο.



Όμοια τώρα πρέπει το αριστερό άκρο να έρθει δεξιά.



Όπως διαπιστώσατε η εύρεση του μυστικού αριθμού δε χρειάστηκε 16 συγκρίσεις αλλά μόλις 4. Ο αλγόριθμος που μόλις περιγράψαμε είναι γνωστός ως αλγόριθμος της δυαδικής αναζήτησης, γιατί σε κάθε βήμα χωρίζει το χώρο αναζήτησης στο μισό. Στη συγκεκριμένη περίπτωση που ο χώρος αναζήτησης ήταν το διάστημα [1,16] χρειάστηκαν 4 συγκρίσεις, αφού χρειάζονται τέσσερις διαδοχικές διαιρέσεις με το 2 για να καταλήξουμε από 16 στοιχεία σε 1. Μπορείτε να υπολογίσετε πόσες συγκρίσεις θα θέλαμε αν είχαμε $1024 = 2^{10}$ στοιχεία;

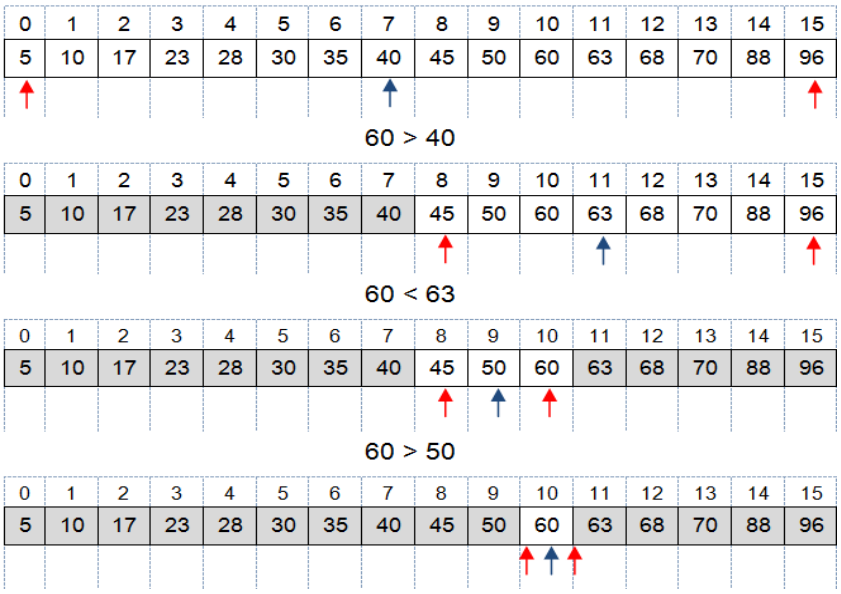
Στη συνέχεια συμπληρώστε το παρακάτω τμήμα κώδικα ώστε να επιτελεί την παραπάνω λειτουργία.

```
# Τώρα ο άνθρωπος σκέφτεται έναν αριθμό από 1 έως 1000
N = 1000
print (“Σκέψου έναν αριθμό από το 1 έως το  ”, N)
guesses = 0
found = False
first = _____
last = _____
while  not  found  and  guesses < 10  :
   mid = _____
   answer = int( input(“Είναι ο αριθμός ο   ” + str(mid) + “ ? (N/O)” ) )
   guesses +=  1
   if   answer == “N”  :
     found = _____
   else :
      answer = int( input (“Είναι μικρότερος του ” + str(mid) + “ ? (N/O)” ))
      if answer == “N”  :
        _____  = _____
      else :
        _____  = _____
  if   found == True  :
     print (“Κέρδισα!!! Το βρήκα με ”, guesses, “ προσπάθειες” )
  else :
     print (“Κέρδισες”)
```

Στο παραπάνω πρόγραμμα στις μεταβλητές first και last καταχωρούμε τις θέσεις των δυο άκρων του διαστήματος και στην mid το μέσο του διαστήματος αναζήτησης.

Δυαδική αναζήτηση σε λίστα

Προηγουμένως χρησιμοποιήσαμε τον αλγόριθμο της δυαδικής αναζήτησης για να βρούμε έναν μυστικό αριθμό μέσα σε κάποια όρια. Ο αλγόριθμος βασίζεται στο γεγονός ότι οι αριθμοί είναι διατεταγμένοι κατά αύξουσα σειρά. Για να εφαρμοστεί ο ίδιος αλγόριθμος και σε άλλα δεδομένα, όπως για παράδειγμα σε ονόματα, θα πρέπει αυτά να είναι διατεταγμένα επίσης σε κάποιου είδους σειρά, όπως σε αλφαβητική. Για παράδειγμα με χρήση της δυαδικής αναζήτησης μπορούμε να βρούμε ένα όνομα στον τηλεφωνικό κατάλογο όπου όλα τα ονόματα είναι σε αλφαβητική σειρά. Έτσι μπορούμε να εφαρμόσουμε τη δυαδική αναζήτηση στα στοιχεία μιας λίστας τα οποία βρίσκονται σε κάποια λογική διάταξη είτε αυτά είναι αριθμοί είτε αλφαριθμητικά, όπως φαίνεται παρακάτω, όπου ψάχνουμε τον αριθμό 60 σε μια λίστα 16 αριθμών.



Συμπληρώστε τα κενά ώστε η παρακάτω συνάρτηση να επιτελεί δυαδική αναζήτηση του στοιχείου key στα στοιχεία της λίστας array. Θεωρήστε ότι τα στοιχεία της λίστας είναι διατεταγμένα σε αύξουσα σειρά.

```
def binarySearch( array, key ) :
    first = 0
    last = _____
    found = False
    while _____ and not found :
        mid = ( first + last ) // 2
        if _____ :
            found = True
        elif _____ :
            first = mid + 1
        else :
            last = mid – 1
    return found
```

Στη συνέχεια να δώσετε στον διερμηνευτή της Python τις παρακάτω εντολές. Τι παρατηρείτε; Να εξηγήσετε τα αποτελέσματα.

```
>>> binarySearch( [1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 ],  22)
>>> binarySearch( [1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 ],  34)
>>> binarySearch( [“alpha”, “beta”, “gamma”, “delta”, “epsilon” ],  “beta”)
>>> binarySearch([False, False, False, False, True],  False)
```